OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEŢEANĂ 19.03.2022

CLASA a VIII-a

Problema 1.(7 puncte)

Fie numerele $a=\sqrt{\frac{11-4\sqrt{7}}{3}}$ și $b=\sqrt{\frac{11+4\sqrt{7}}{3}}$

a) Calculați $a\cdot b$.

b) Arătați că $a^2+b^2\geq 2$.

Problema 2.(7 puncte)

Fie expresiile : $E(x)=\frac{4x^2}{(x+1)^2-(x-1)^2}$, $\forall\, x\in\mathbb{R}-\{0\}$ și

$F(x)=\frac{x^3+x}{x^3-x^2+x-1}:\left(\frac{4}{x-1}+\frac{5+x}{1-x^2}-\frac{2x+10}{x^2+6x+5}\right)$, $\forall\, x\in\mathbb{R}-\{-1,1,-5\}$.

a) Aduceți $E(x)$ la forma cea mai simplă.

b) Arătaţi că $\mathrm{F}(x)=x$.

c) Dacă $A(x)=F(x)+E(x)$, arătați că $A(n)+A(n^2)$ este divizibil cu 4.

Problema 3.(7 puncte)

În paralelipipedul dreptunghic $ABCDEFGH$, $AB=12\ cm, BC=6\ cm, AE=3\sqrt{6}\ cm$, M,N,P mijloacele laturilor AB,BC, respectiv BF și O centrul bazei $ABCD$.

a) Determinați măsura unghiului dintre dreptele OM și HC.

b) Arătați că planele (MNP) și (ACF) sunt paralele.

c) Determinați măsura unghiului dintre planele (EMD) și (ABC).

Problema 4.(7 puncte)

Fie $VABC$ o piramidă triunghiulară regulată cu $VO\perp(ABC)$ $şi$ $AB=24\ cm$. Se știe că muchia laterală a piramidei formează cu planul bazei un unghi a cărui tangentă este egală cu $\sqrt{2}$.

a) Arătați că $VO=8\sqrt{6}\ cm$.

b) Arătați că $AV\perp BC$.

c) Pe înălțimea VO a piramidei se alege un punct $T\ (T\in(VO))$, astfel încât triunghiul ΔATV să fie isoscel, având baza AV. Determinați lungimea segmentului VT.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

Succes!